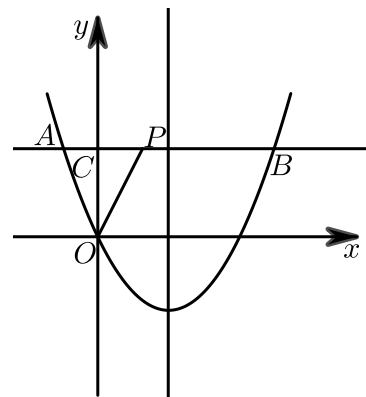


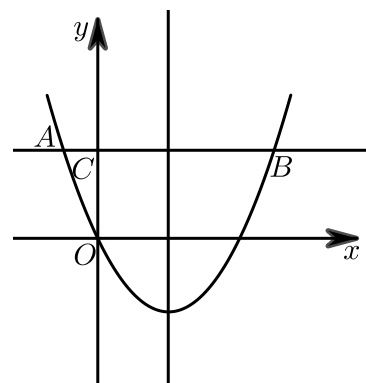
第2讲二次函数与线段和差最值（练习）

一、单线段的最值

1. 如图，过抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x$ 上一点 A 作 x 轴的平行线，交抛物线于另一点 B ，交 y 轴于点 C ，已知点 A 的横坐标为 -2 。



- (1) 求抛物线的对称轴和点 B 的坐标 .
- (2) 在 AB 上任取一点 P ，连接 OP ，作点 C 关于直线 OP 的对称点 D .
- ① 连接 BD ，则 BD 的最小值为 _____ .
- ② 当点 D 落在抛物线的对称轴上，求 P 点坐标 .

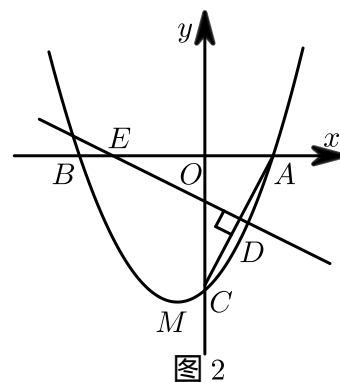


二、将军饮马

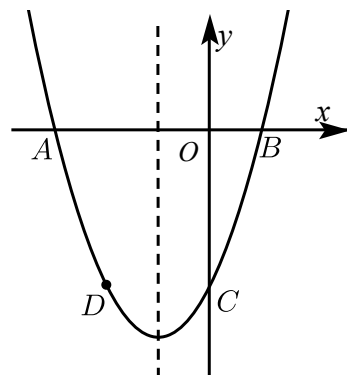
2. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 经过点 $A(2, 0)$ 、 $B(-4, 0)$ ，与 y 轴交于点 C 。

(1) 求这条抛物线的解析式。

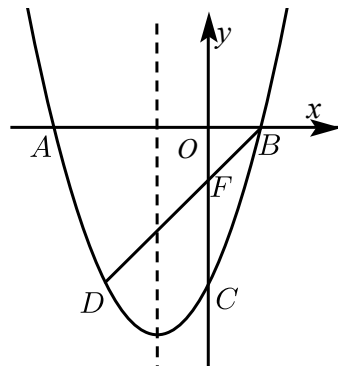
(2) 如图2，线段 AC 的垂直平分线交 x 轴于点 E ，垂足为 D ， M 为抛物线的顶点，在直线 DE 上是否存在一点 G ，使 $\triangle CMG$ 的周长最小？若存在，求出点 G 的坐标；若不存在，请说明理由。



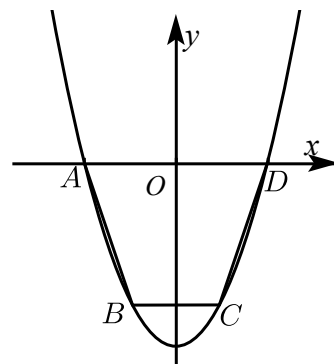
3. 如图，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，其中 A 点坐标为 $(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，点 $D(-2, -3)$ 在抛物线上。



- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积。
- (3) 抛物线的对称轴上有一动点 P ，求出 $PA + PD$ 的最小值。
- (4) 如图，若直线 DB 与 y 轴交于点 F ，点 M 是对称轴 $x = -1$ 上一个动点，点 N 是 x 轴上一个动点，则四边形 $CFNM$ 的周长是否有最小值？若有，试求出这个最小值；若没有，请说明理由。

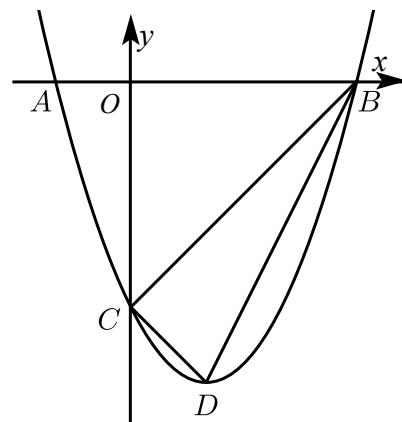


4. 如图，抛物线 $y = ax^2 + c$ ($a > 0$) 经过梯形 $ABCD$ 的四个顶点，梯形的底 AD 在 x 轴上，其中 $A(-2, 0)$, $B(-1, -3)$.

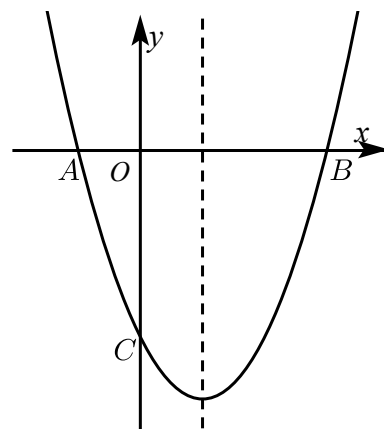


- (1) 求抛物线的解析式.
- (2) 点 M 为 y 轴上任意一点，当点 M 到 A 、 B 两点的距离之和为最小时，求此时点 M 的坐标.
- (3) 点 N 为 y 轴上任意一点，当点 N 到 A 、 B 两点的距离之差为最大时，求此时点 N 的坐标.

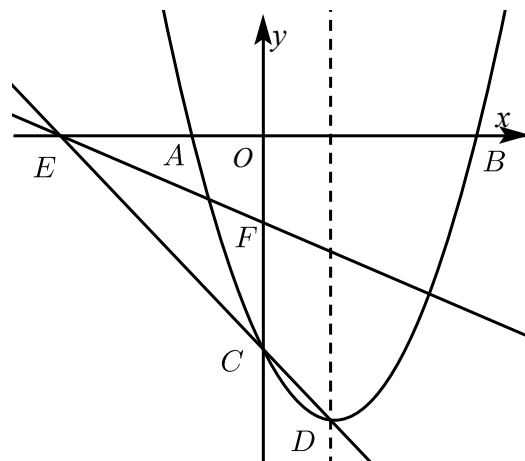
5. 如图，抛物线解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$.



- (1) 点 D 为抛物线的顶点，在抛物线上找点 Q 使得 $S_{\triangle DBC} = S_{\triangle QBC}$ ，求出所有的点 Q .
 (2) 在抛物线的对称轴上找一点 P ，使得 $|PB - PC|$ 最大，求 P 点坐标 .

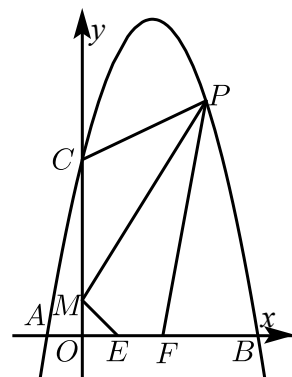


6. 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，且 $OC = OB = 3OA = 3$ ，点 D 为抛物线顶点，作直线 CD 与 x 交于点 E ，过 E 作 $\angle BED$ 的角平分线与 y 轴交于点 F 。

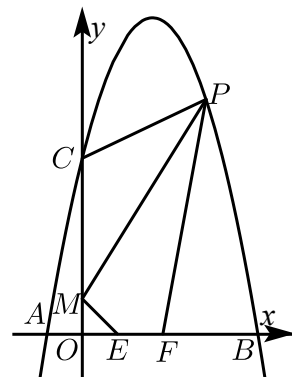


- (1) 求抛物线的表达式和点 F 的坐标。
- (2) 点 M 是射线 EF 上的动点，点 N 是线段 BE 上的动点， M 、 N 在何位置时， $BM + MN$ 的值最小。请求出 $BM + MN$ 的最小值和 M 、 N 的坐标。

7. 如图，对称轴为直线 $x = 2$ 的抛物线经过点 $A(-1, 0)$ ， $C(0, 5)$ 两点，与 x 轴另一交点为 B ，已知 $M(0, 1)$ ， $E(a, 0)$ ， $F(a + 1, 0)$ ，点 P 是第一象限内的抛物线上的动点．

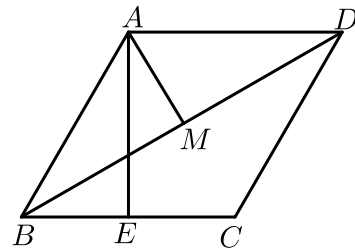


- (1) 求此抛物线的解析式．
- (2) 当 $a = 1$ 时，求四边形 $MEFP$ 面积的最大值，并求此时点 P 的坐标．
- (3) 若 $\triangle PCM$ 是以点 P 为顶点的等腰三角形，求 a 为何值时，四边形 $PMEF$ 周长最小？请说明理由．



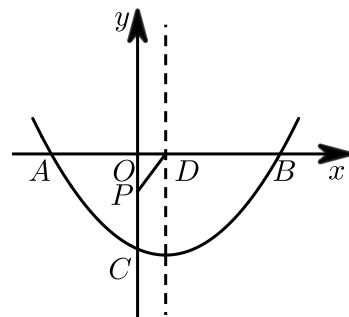
三、胡不归

8. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， E 为 BC 边的中点， M 为对角线 BD 上的一个动点．则下列线段的长等于 $AM + \frac{1}{2}BM$ 最小值的是（ ）．

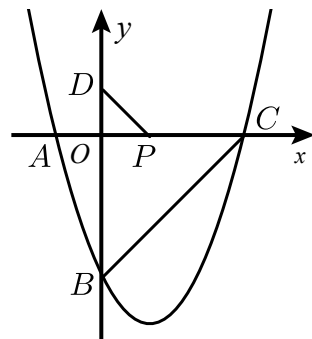


- A. AD B. AE C. BD D. BE

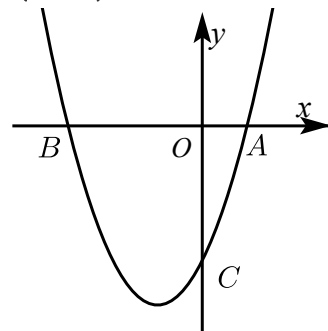
9. 如图，二次函数 $y = \frac{4}{15}x^2 - \frac{8}{15}x - 4$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点（点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 C ，其对称轴与 x 轴交于点 D ，若 P 为 y 轴上的一个动点，连接 PD ，则 $\frac{3}{5}PC + PD$ 的最小值为 _____ ．



10. 如图，二次函数 $y = ax^2 - 2x + c$ 的图象与 x 轴交于点 A 、点 $C(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, -3)$ ． P 是 x 轴上的一个动点，点 $D(0, 1)$ 在 y 轴上，连接 PD ，则 $\sqrt{2}PD + PC$ 的最小值为 _____ ．

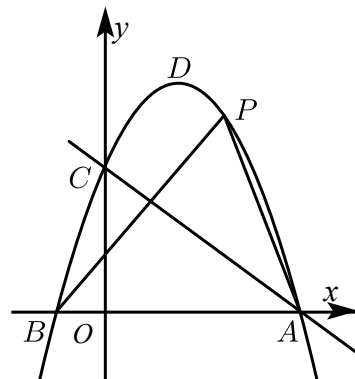


11. 如图，抛物线 $y = x^2 - 2mx + 3m$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ 。



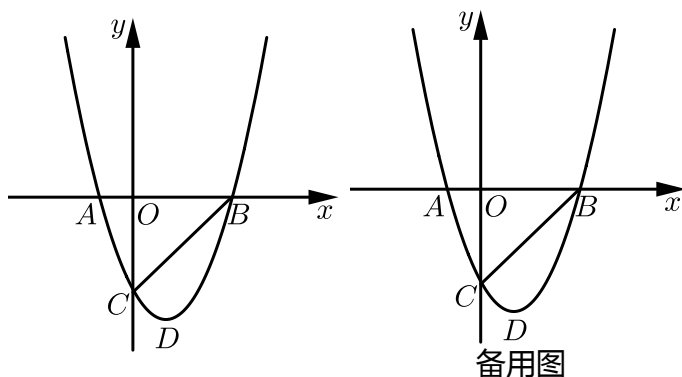
- (1) 求该抛物线的解析式。
 (2) 若点 E 为线段 OC 上一动点，试求 $2AE + \sqrt{2}EC$ 的最小值。

12. 如图，抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x + 6$ 交 x 轴于 A 、 B 两点，点 A 在点 B 的右侧，交 y 轴于点 C ，点 D 为顶点。



- (1) 求点 A 、 D 的坐标。
 (2) 若点 P 是抛物线上位于第一象限内对称轴右侧的一个动点，当 $S_{\triangle ABP} = 45$ 时，在线段 AC 上有一动点 Q ，当 $PQ + \frac{3}{5}QA$ 的值最小时，求 Q 的坐标和 $PQ + \frac{3}{5}QA$ 的最小值。

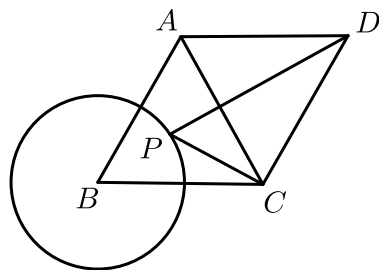
13. 如图，已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$ ， $B(m, 0)$ 两点，与 y 轴相交于点 $C(0, -3)$ ，抛物线的顶点为 D 。



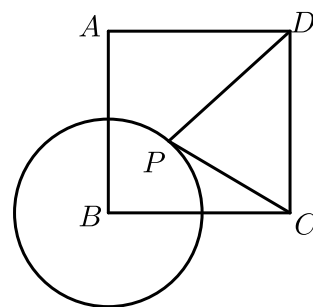
- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 若 P 是直线 BC 下方抛物线上任意一点，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H ，与 BC 交于点 M 。
- ① 求线段 PM 长度的最大值。
 - ② 在①的条件下（即 PM 最长时），若 F 为 y 轴上一动点，求 $PH + HF + \frac{\sqrt{2}}{2}CF$ 的最小值。

四、阿氏圆

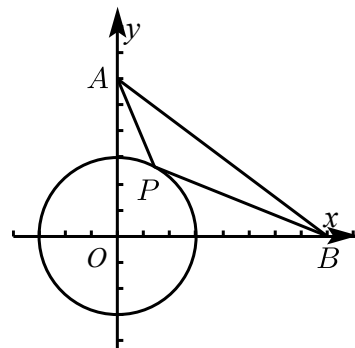
14. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长为 4， $\angle B = 60^\circ$ ， $\odot B$ 的半径为 2， P 为 $\odot B$ 上一动点，则 $PD + \frac{1}{2}PC$ 的最小值为 _____。



15. 如图，四边形 $ABCD$ 为边长为4的正方形， $\odot B$ 的半径为2， P 是 $\odot B$ 上一动点，则 $PD + \frac{1}{2}PC$ 的最小值为 _____； $\sqrt{2}PD + 4PC$ 的最小值为 _____。

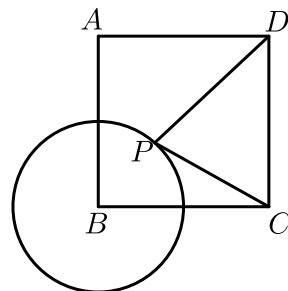


16. 如图，点 $A(0,6)$ ， $B(8,0)$ ，半径为3的 $\odot O$ 上有一动点 P 。



- (1) 请你求出 $\frac{1}{2}PA + PB$ 的最小值。
 (2) 请你求出 $2PA + 4PB$ 的最小值。
 (3) 请你求出 $2PA + \frac{3}{4}PB$ 的最小值。

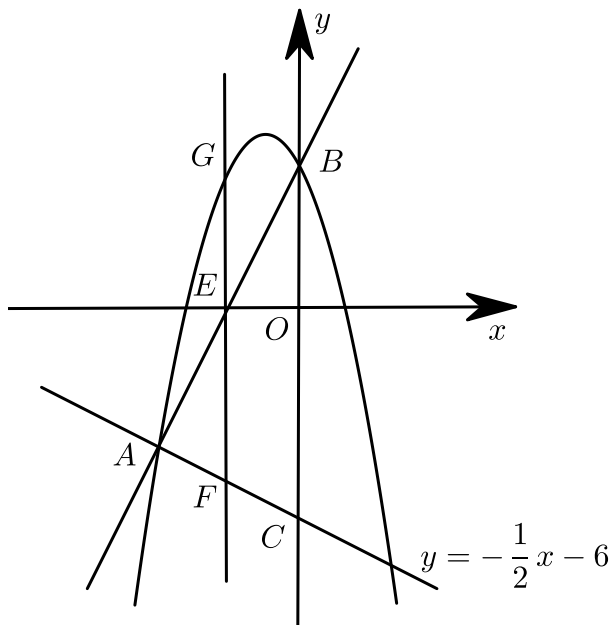
17. 如图，四边形 $ABCD$ 为边长为4的正方形， $\odot B$ 的半径为2， P 是 $\odot B$ 上一动点，则：



- (1) $PD + \frac{1}{2}PC$ 的最小值为 _____； $2PD - PC$ 的最大值为 _____。
 (2) $\sqrt{2}PD + 4PC$ 的最小值为 _____； $4PC - \sqrt{2}PD$ 的最大值为 _____。

18. 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 AB 交于 $A(-4, -4)$ ， $B(0, 4)$ 两点，直线 AC ：

$y = -\frac{1}{2}x - 6$ 交 y 轴于点 C ．点 E 是直线 AB 上的动点，过点 E 作 $EF \perp x$ 轴交 AC 于点 F ，交抛物线于点 G ．



(1) 求抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的表达式．

(2) 连接 GB ， EO ，当四边形 $GEOB$ 是平行四边形时，求点 G 的坐标．

(3) 解答下列各题：

① 在 y 轴上存在一点 H ，连接 EH ， HF ，当点 E 运动到什么位置时，以 A ， E ， F ， H 为顶点的四边形是矩形？求出此时点 E ， H 的坐标．

② 在①的前提下，以点 E 为圆心， EH 长为半径作圆，点 M 为 $\odot E$ 上一动点，求 $\frac{1}{2}AM + CM$ 的最小值．